

УДК 541.12.03:677.4

Л. Н. Ганюк, П. Н. Сорока, А. А. Гуняев

**О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ВОЛОКОН
В НЕТКАНОМ ИГЛОПРОБИВНОМ ВОЛОКНИСТОМ МАТЕРИАЛЕ**

Изложен подход к решению задачи о распределении волокон в нетканом иглопробивном волокнистом материале. Получены выражения для определения процентного содержания (m -массе) волокон первого вида в каждом из слоев волокнистого материала после их сшивания путем иглопрокалывания в общем и частном случаях. Получены зависимости, описывающие дискретное распределение волокон первого вида по толщине волокнистого материала.

В практике все большее распространение получают нетканые материалы, обладающие хорошими тепло-, звукоизоляционными и другими ценными свойствами. Эти свойства в значительной степени зависят от процентного содержания различного вида волокон, входящих в состав данного материала.

Технология изготовления большинства нетканых материалов заключается в следующем: берется несколько накладываемых друг на друга слоев волокнистого материала, затем они сшиваются с помощью матрицы, воздействующей на эти слои сверху и состоящей из пробивных игл, расположенных по определенному закону. В связи с этим значительный интерес вызывает следующая проблема.

Пусть имеется n слоев волокнистого материала, каждый из которых состоит из случайным образом расположенных в нем волокон двух видов. Пусть m_i — масса i -го слоя ($i = \overline{1, n}$); Π_{mi} — процентное содержание (по массе) волокон первого вида в i -м слое ($i = \overline{1, n}$). Имеющиеся n слоев складывают друг на друга и с помощью матрицы, состоящей из пробивных игл, расположенных по определенному, наперед заданному закону, прижимают и прокалывают. Благодаря такой операции происходит сшивание n слоев. Нас интересует процентное содержание (по массе) волокон первого вида в каждом из n слоев после их сшивания.

Приведем некоторые разъяснения, позволяющие лучше понять постановку задачи и выработать подход к ее решению. Следует отметить, что прокалывание иглами осуществляется перпендикулярно плоскости, параллельной каждому из n слоев. Все иглы имеют одинаковые размеры и форму и прокалывают n слоев одновременно. Иглы находятся на определенном расстоянии друг от друга, причем эти расстояния в несколько раз превышают характерный размер поперечного сечения иглы (любой из игл). Следовательно, можно предположить, что при одновременном прокалывании иглы не взаимодействуют друг с другом, т. е. процесс прокалывания любой из игл происходит независимо. В связи с этим, не нарушая общности рассуждений, можно изучить процесс сшивания n слоев на примере прокалывания этих слоев одной (любой фиксированной) иглой (рис. 1).

Введем следующие обозначения: S_{1i} , l_{1i} , V_{1i} , ρ_{1i} , m_{1i} — соответственно площадь поперечного сечения, длина, объем, плотность и масса одного волокна первого вида в i -м слое ($i = \overline{1, n}$); S_{2i} , l_{2i} , V_{2i} , ρ_{2i} , m_{2i} соответственно площадь поперечного сечения, длина, объем, плотность и масса одного волокна второго вида в i -м слое ($i = \overline{1, n}$); h_i — толщина i -го слоя ($i = \overline{1, n}$). Определим количественное процентное содержание волокон первого вида, расстояние между центрами двух соседних волокон любого вида и другие

© Л. Н. Ганюк, П. Н. Сорока, А. А. Гуняев, 1993

величины в куске волокнистого материала i -го слоя ($i = \overline{1, n}$), которые понадобятся в дальнейшем. Объем и масса одного волокна первого и второго видов в i -м слое определяются по формулам

$$V_{1i} = S_{1i}l_{1i}; \quad m_{1i} = \rho_{1i}V_{1i}; \quad (1)$$

$$V_{2i} = S_{2i}l_{2i}; \quad m_{2i} = \rho_{2i}V_{2i}. \quad (2)$$

Кусок волокнистого материала i -го слоя, длиной D и шириной W имеет геометрический объем

$$V_{\text{го}i} = DWh_i. \quad (3)$$

Так как масса этого куска волокнистого материала i -го слоя и процентное содержание (по массе) волокон первого вида в i -м слое известны и соответственно равны m_i и Π_{mi} ($i = \overline{1, n}$), то масса всех волокон первого вида, находящихся в куске волокнистого материала i -го слоя

$$m_{\Sigma 1i} = m_i \Pi_{mi}. \quad (4)$$

Количество волокон первого вида, находящихся в куске волокнистого материала i -го слоя, с учетом выражений (1) и (4) определяется

$$N_{1i} = \frac{m_{\Sigma 1i}}{m_{1i}} = \frac{m_i \Pi_{mi}}{\rho_{1i} S_{1i} l_{1i}}, \quad (5)$$

Рис. 1. Разбиение куска исследуемого материала на области, каждая из которых подвергается воздействию только одной иглы

а количество волокон второго вида, с учетом выражений (2) и (4),

$$N_{2i} = \frac{m_i - m_{\Sigma 1i}}{m_{2i}} = \frac{m_i (1 - \Pi_{mi})}{m_{2i}} = \frac{m_i (1 - \Pi_{mi})}{\rho_{2i} S_{2i} l_{2i}}. \quad (6)$$

Тогда количество всех волокон, находящихся в куске волокнистого материала i -го слоя

$$N_i = N_{1i} + N_{2i} = m_i \left(\frac{\Pi_{mi}}{\rho_{1i} S_{1i} l_{1i}} + \frac{1 - \Pi_{mi}}{\rho_{2i} S_{2i} l_{2i}} \right). \quad (7)$$

Используя соотношения (5) и (7), определяем количественное процентное содержание волокон первого вида в i -м слое ($i = \overline{1, n}$) волокнистого материала

$$\Pi_{ki} = N_{1i}/N_i. \quad (8)$$

Геометрический объем, в котором расположено только одно волокно любого вида, находим следующим образом:

$$V_{\text{го}i}^1 = V_{\text{го}i}/N_i. \quad (9)$$

Вполне можно допустить, что геометрический объем, в котором находится только одно волокно любого вида, имеет форму параллелепипеда, высота которого l_{1i} , а основание является квадратом со стороной $a_{\text{гpi}}$. Используя выражение для объема параллелепипеда

$$V_{\text{го}i}^1 = a_{\text{гpi}}^2 l_{1i}, \quad (10)$$

а также выражения (3), (7) и (9), находим

$$a_{\text{гpi}} = \sqrt{\frac{DW h_i}{m_i \left(\frac{\Pi_{mi}}{\rho_{1i} S_{1i}} + \frac{(1 - \Pi_{mi}) \varepsilon_i}{\rho_{2i} S_{2i}} \right)}}, \quad (11)$$

где $\varepsilon_i = l_{1i}/l_{2i}$.

На основании формулы (9) весь объем $V_{\text{го}i}$ куска волокнистого материала i -го слоя разбивается на N_i параллелепипедов объемом $V_{\text{го}i}^1$.

Предполагается, что волокно расположено по центру параллелепипеда. Следовательно, расстояние между центрами двух соседних волокон любого вида в куске волокнистого материала i -го слоя ($i = \overline{1, n}$) определяется по формуле (11). Количество слоев волокон, располагаемых по толщине i -го слоя

$$N_{hi} = h_i / a_{\text{гpi}}. \quad (12)$$

Форма и размеры иглы даны в [1]. Поперечное сечение лезвия иглы имеет форму правильного треугольника. На всех трех ребрах лезвия имеются зазубрины одинаковых размеров и формы. Каждая из зазубрин имеет выступ, равный s . Высота треугольника в поперечном сечении лезвия равна H . Используя задачу Барбье [2—4], получаем, что ожидаемое число пересечений волокон поперечным сечением лезвия иглы в куске волокнистого материала i -го слоя определяется следующим образом:

$$M_i = \frac{2L}{\pi a_{\text{гpi}}} N_{hi} = \frac{6a_{\Delta}}{\pi a_{\text{гpi}}} N_{hi}. \quad (13)$$

Здесь L и a_{Δ} — соответственно периметр и длина стороны правильного треугольника в поперечном сечении лезвия иглы, причем $a_{\Delta} = 2H/\sqrt{3}$.

Из рис. 2 видно, что число волокон, на которое воздействует поперечное сечение лезвия иглы, равно $0,5M_i$. Отметим также, что игла цепляет волокна с помощью зазубрин, размещенных на всех трех ребрах лезвия иглы. Учитывая же процесс прокалывания иглой (игла раздвигает волокна), можно предположить, что зацепляют волокна только зазубрины, размещенные на двух ребрах лезвия иглы. Поэтому можно отметить, что если

$$0,5M_i [S_{1i}\Pi_{ki} + S_{2i}(1 - \Pi_{ki})] / N_{hi} < 2ca_{\text{гpi}}, \quad (14)$$

то число волокон из i -го слоя, которые цепляет и протягивает одна игла в последующие слои

$$k_i = 0,5M_i, \quad (15)$$

а если

$$0,5M_i [S_{1i}\Pi_{ki} + S_{2i}(1 - \Pi_{ki})] / N_{hi} \geq 2ca_{\text{гpi}}, \quad (16)$$

то число волокон из i -го слоя, которые цепляет и протягивает одна игла в последующие слои, определяется по формуле

$$k_i = 2ch_i [S_{1i}\Pi_{ki} + S_{2i}(1 - \Pi_{ki})]^{-1}. \quad (17)$$

Число волокон первого вида из i -го слоя, которые цепляет и протягивает одна игла в последующие слои, равно $k_i\Pi_{ki}$.

Однако число волокон первого вида из i -го слоя, которые цепляет и протягивает одна игла в последующие слои, можно определить и другим способом.

Геометрический объем, в котором расположено только одно волокно первого вида, находится по формуле

$$V_{\text{гоi}}^{\text{II}} = V_{\text{гоi}} / N_{1i}. \quad (18)$$

Аналогично допускаем, что геометрический объем, в котором находится только одно волокно, имеет форму параллелепипеда, высота которого равна l_{1i} , а основание является квадратом со стороной $a_{\text{гpi}}$. Как известно

$$V_{\text{гоi}}^{\text{II}} = a_{\text{гpi}}^2 l_{1i}. \quad (19)$$

Следовательно, учитывая рассуждения, приведенные после формулы (11), а также принимая во внимание формулы (3), (5), (18) и (19), можно определить расстояние между центрами двух соседних волокон первого вида в куске волокнистого материала i -го слоя. Оно определяется следующим образом:

$$a_{\text{гpi}} = \sqrt{\frac{DWh_i\rho_{1i}S_{1i}}{m_i\Pi_{mi}}}. \quad (20)$$

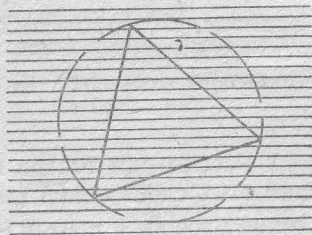


Рис. 2. Модель воздействия иглы на однослойную систему волокон в исследуемом материале

Количество слоев волокон первого вида, расположенных по толщине i -го слоя

$$N_{1hi} = h_i a_{\text{rpl}i}. \quad (21)$$

Используя аналогичным образом задачу Барьбье [2—4] и рассуждения, приведенные после формулы (13), получаем, что число волокон первого вида из i -го слоя, которые цепляет и протягивает одна игла в последующие слои, находится по формуле

$$k_i \Pi_{ki} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{H}{a_{\text{rpl}i}} N_{1hi}. \quad (22)$$

Заметим, что формула (22) справедлива, когда выполняется условие (14).

Из выражений (8), (11) и (20) следует важное соотношение, которое связывает основные параметры i -го слоя:

$$\Pi_{ki} = N_{1i}/N_i = a_{\text{rpl}i}^2/a_{\text{rpl}i}. \quad (23)$$

Рассмотрим теперь процесс сшивания n слоев на примере прокалывания этих слоев одной (любой фиксированной) иглой. Нас интересует изменение масс m_i и $m_{\Sigma i}$ в i -м слое ($i = \overline{1, n}$) после иглопрокалывания.

Пусть игла, проходя через l -й слой, зацепила k_l волокон, проходя через 2 -й слой зацепила еще k_2 волокон и т. п. Проходя через n -й слой игла зацепила еще k_n волокон. Причем все $k_1 + k_2 + \dots + k_n = \sum_{i=1}^n k_i$ волокон она вытянула наружу (за n -й) на расстояние h_{n+1} . Количество игл, воздействующих на кусок волокнистого материала (его размеры $D \times W \times T$, где $T = \sum_{i=1}^n h_i$ — толщина материала), определяется по формуле

$$I = DW/S_0, \quad (24)$$

где $S_0 = r_1 r_2$ (см. рис. 1) — элемент площади, на которую воздействует одна игла.

На основании изложенного выражение для определения массы каждого из слоев после их сшивания путем иглопрокалывания I иглами примет следующий вид

$$m_i^* = m_i + 2I \left\{ h_i \sum_{j=1}^{i-1} k_j [\Pi_{kj} \rho_{1j} S_{1j} + (1 - \Pi_{kj}) \rho_{2j} S_{2j}] - \right. \\ \left. - k_i [\Pi_{ki} \rho_{1i} S_{1i} + (1 - \Pi_{ki}) \rho_{2i} S_{2i}] \sum_{p=i+1}^{n+1} h_p \right\} \quad (i = \overline{1, n}), \quad (25)$$

а выражение для определения массы волокон первого вида в каждом из слоев после их сшивания примет такой вид:

$$m_{\Sigma i}^* = m_i \Pi_{mi} + 2I \left[h_i \sum_{j=1}^{i-1} k_j \Pi_{kj} \rho_{1j} S_{1j} - k_i \Pi_{ki} \rho_{1i} S_{1i} \sum_{p=i+1}^{n+1} h_p \right] \quad (i = \overline{1, n}). \quad (26)$$

Масса всех волокон, вытянутых наружу, определяется следующим образом:

$$m_{n+1}^* = 2I h_{n+1} \sum_{j=1}^n k_j [\Pi_{kj} \rho_{1j} S_{1j} + (1 - \Pi_{kj}) \rho_{2j} S_{2j}], \quad (27)$$

а массу волокон первого вида, вытянутых наружу, находим по формуле

$$m_{\Sigma n+1}^* = 2I h_{n+1} \sum_{j=1}^n k_j \Pi_{kj} \rho_{1j} S_{1j}. \quad (28)$$

Процентное содержание (по массе) волокон первого вида в каждом из слоев после их сшивания находим с помощью соотношения

$$\Pi_{mi}^* = (m_{\Sigma i}^*/m_i^*) 100 \% \quad (i = \overline{1, n}). \quad (29)$$

Таким образом, выражения (29), (25) и (26) дают решение поставленной в начале статьи задачи, потому что все величины, входящие в (25) и (26),

нами определены или известны как исходные данные.

Рассмотрим частный случай изложенной выше задачи. Пусть имеется кусок нетканого полотна массой m , состоящего из химических волокон двух видов [5, 6]. Это полотно до сшивания составляло n одинаковых по массе и размеру слоев. Структура каждого из слоев также была одинакова. Пусть Π_m — процентное содержание (по массе) волокон первого вида в этом куске полотна, а N_1 , N_2 и N — соответственно количество волокон первого, второго видов и всех волокон в куске исследуемого полотна. Введем следующие обозначения: $S_{1i} = S_1$; $S_{2i} = S_2$; $\rho_{1i} = \rho_1$; $\rho_{2i} = \rho_2$; $l_{1i} = l_1$; $l_{2i} = l_2$; $V_{1i} = V_1$; $V_{2i} = V_2$; $m_{1i} = m_1$; $m_{2i} = m_2$; $m_i = m/n$; $\Pi_{mi} = \Pi_m$; $m_{\Sigma 1i} = \Pi_m m/n$; $h_i = T/n$; $N_{1i} = N_1/n$; $N_{2i} = N_2/n$; $N_i = N/n$; $\Pi_{ki} = \Pi_k$; $a_{rpi} = a_{rp}$; $a_{rpi} = a_{rpi}$; $\varepsilon_i = \varepsilon = l_1/l_2$; $N_{hi} = T/a_{rp}/n$; $N_{1hi} = T/a_{rp1}/n$; $M_i = M$; $k_i = k$ ($i = \overline{1, n}$).

Тогда все предыдущие выражения существенно упрощаются, в частности, выражения (25) и (26) принимают вид

$$m_i^* = m/n + 2Ik [\Pi_k \rho_1 S_1 + (1 - \Pi_k) \times \times \rho_2 S_2] [(2i - n - 1)T/n - h_{n+1}];$$

$$m_{\Sigma 1i}^* = \Pi_m m/n + 2Ik \Pi_k \rho_1 S_1 [(2i - n - 1)T/n - h_{n+1}] \quad (i = \overline{1, n}).$$

С целью проведения расчетов приведенные выше формулы запрограммировали. В расчетах использовались следующие исходные данные: $n = 8$; $I = 112,3$; $S_1/S_2 = 0,218$; $\rho_1/\rho_2 = 1,4$; $\varepsilon = 0,286$; $m/m_2 = 82\,897$; $T/l_2 = 0,057$; $c/H = 0,06$; $\Pi_k/\Pi_m = 7,48$. В результате расчетов получены зависимости, характеризующие процентное содержание (по массе) Π_m^* волокон первого вида в каждом из 8 слоев после их сшивания 1 иглами путем иглопрокалывания. Эти зависимости приведены на рис. 3. Зависимость 1 характеризует процентное содержание волокон первого вида в каждом из 8-ми слоев до их сшивания, а зависимости 2, 3 — процентное содержание волокон первого вида в каждом из 8-ми слоев после их сшивания при $h_{n+1}/l_2 = 0$ и $h_{n+1}/l_2 = 0,028$ соответственно. Следует отметить, что зависимости, приведенные на рис. 3, характеризуют также дискретное распределение волокон первого вида по толщине нетканого иглопробивного полотна.

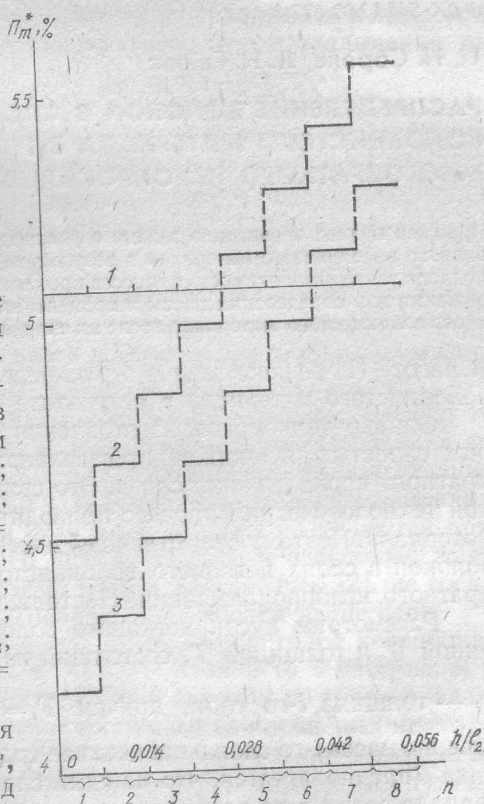


Рис. 3. Процентное содержание волокон первого вида в каждом из моделируемых слоев:

1 — до сшивания; 2 — после сшивания при $h_{n+1}/l_2 = 0$; 3 — после сшивания при $h_{n+1}/l_2 = 0,028$

1. ОСТ 27—09—262—75. Иглы пробивные.

2. Бопель Э., Дельтейль Р., Юран Р. Вероятности, ошибки. — М.: Статистика, 1972. — 176 с.

3. Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. — Киев: Выща шк., 1988. — 439 с.

4. Кендалл М., Моран П. Геометрические вероятности. — М.: Наука, 1972. — 192 с.

5. Масленников К. Н. Химические волокна. — М.: Химия, 1973. — 192 с.

6. Переработка химических волокон и нитей / Под ред. В. А. Маркова, Н. Ф. Суниной. — М.: Легпромбытиздат, 1989. — 744 с.