

УДК 535.3; 539.2

## Электродинамические свойства тонких пленок на основе нелинейных металлокомпозитов

Л. Г. Гречко, Ю. С. Гончарук, О. А. Давыдова, А. А. Шустов\*

Институт химии поверхности НАН Украины,  
ул. Генерала Наумова, 17, 03164, Киев, Украина

\* Национальный технический университет Украины (КПИ),  
пр. Победы, 37, 03056, Киев, Украина

*Проведен расчет эффективной диэлектрической проницаемости различных композитов, содержащих металлическую фракцию и фракцию нелинейного диэлектрика (НД) керровского типа (диэлектрическая проницаемость НД квадратично зависит от величины внешнего поля). Изучен эффект оптической бистабильности в плоской структуре такого нелинейного металлокомпозита. Показано, что приложение к тонким слоям (~1 мкм) таких композитов внешнего постоянного электрического поля (~10 В) может значительно изменить коэффициенты пропускания и отражения электромагнитного излучения.*

Электродинамические свойства (проводимость, диэлектрическая проницаемость и т. д.) тонких пленок на основе нелинейных металлокомпозитов (НМК) активно изучаются [1–5]. Показано, что в таких композитах при определенных условиях возможны значительные изменения величины нелинейной добавки в диэлектрической проницаемости композита. Объемная эффективная диэлектрическая проницаемость подобных композитов  $\tilde{\epsilon}$  очень восприимчива к их микроструктуре [2–5] и зависит как от диэлектрической проницаемости металлической фракции  $\epsilon_m = \epsilon'_m + i\epsilon''_m$ , так и от нелинейной диэлектрической проницаемости диэлектрика  $\epsilon_d = \epsilon_0 + \chi |E_d|^2$  ( $E_d$  – локальное электрическое поле в диэлектрике,  $\chi$  – постоянная Керра [1]). Величина  $\tilde{\epsilon}$  также зависит от относительных объемных вкладов металлической фракции  $-f_m$ , диэлектрической  $-f_d$  и связующего  $-f_0$  ( $f_m + f_d + f_0 = 1$ ).

Наличие включений металлической фракции в композитах является причиной резонансного поглощения в них электромагнитного излучения на модах Фрелиха  $\omega_s$  [5–8], соответствующих частотам поверхностных мод включений. Количество  $\omega_s$  и их величины сильно зависят от формы вкраплений [8]. В простейшем случае, когда нелинейный диэлектрик содержит

жит сферические металлические включения, частота  $\omega_s$  может быть найдена из следующего соотношения [6]:

$$\epsilon'_m(\omega_s) + 2\epsilon_d = 0.$$

Диэлектрическая проницаемость нелинейной компоненты  $\epsilon_d$  зависит от величины локального поля в диэлектрическом включении  $E_d$ , а с ним и от величины внешнего поля  $E_0$ . Это означает, что, изменяя величину внешнего поля  $E_0$ , можно изменять поглощающие и отражающие свойства таких пленок, полученных на основе НМК. Эффективность этих процессов существенно зависит от структуры и состава НМК. Отметим, что из-за нелинейной связи локального поля  $E_d$  с  $E_0$  в подобных НМК при определенных значениях параметров возможно возникновение эффекта оптической бистабильности [1–4].

Нами проведен расчет эффективных электродинамических параметров слабонелинейных НМК. Изучены эффекты просветления и оптической бистабильности (ОБ) в плоской структуре НМК. Проведены соответствующие оценки на примере двухслойного НМК, состоящего из слоя нелинейного диэлектрика и слоя серебра.

### Электродинамические свойства слабонелинейных композитов

Рассмотрим  $n$ -компонентный металлокомпозит диэлектрическая проницаемость каждой компоненты которого имеет вид:

$$\begin{aligned}\varepsilon^{(i)} &= \varepsilon_0^{(i)} + \chi^{(i)} |\mathbf{E}|^2 = \\ &= \varepsilon(\mathbf{r}_i) + \chi(\mathbf{r}_i) |\mathbf{E}(\mathbf{r}_i)|^2, \quad i = 1, n, \mathbf{r}_i \in V_i,\end{aligned}\quad (1)$$

где  $\mathbf{E}(\mathbf{r}_i)$  – локальное электрическое поле,  $\chi(\mathbf{r}_i)$  – кубическая нелинейная восприимчивость (коэффициент Керра [1])  $i$ -компоненты,  $\varepsilon_0^{(i)}$  – линейная диэлектрическая проницаемость той же компоненты,  $V_i$  – объем  $i$ -го включения.

При  $\omega \rightarrow 0$  ( $\omega$  – частота поля  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ ), переменное поле  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  находится из решения уравнений

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \mathbf{E} &= 0; \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = 0; \\ \mathbf{D} &= \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \chi(\mathbf{r}) |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}),\end{aligned}\quad (2)$$

где  $\varepsilon(\mathbf{r})$  и  $\chi(\mathbf{r})$  – соответствующие величины, изменяющиеся от включения к включению

в объеме  $V = \sum_{i=1}^N V_i$ . Решение системы

уравнений (2) в общем случае удается получить лишь в простейших случаях. Поэтому мы решим задачу приближенно, используя приближение эффективных электродинамических параметров.

Пусть образец помещен во внешнее поле  $\mathbf{E}_0$ , направленное вдоль оси OZ. При  $\chi \equiv 0$  поле  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \chi = 0) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r})$  находится из уравнений

$$\nabla(\varepsilon(\mathbf{r}) \cdot \nabla \Phi) = 0, \quad \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) = -\nabla \Phi \quad (3)$$

с граничными условиями

$$\Phi = \Phi_0 = -zE_0 \quad \text{на } S,$$

где  $S$  – поверхность, ограничивающая объем  $V$ . Если ввести эффективную среду с эффективными параметрами  $\tilde{\varepsilon}$  и  $\tilde{\chi}$ , то связь между электрическим смещением и полем в этой среде имеет вид:

$$\langle \mathbf{D} \rangle = \tilde{\varepsilon} \langle \mathbf{E} \rangle + \tilde{\chi} \langle |\mathbf{E}|^2 \rangle \langle \mathbf{E} \rangle, \quad (4)$$

в то время как в  $i$ -м включении

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}_i) = (\varepsilon(\mathbf{r}_i) + \chi(\mathbf{r}_i) |\mathbf{E}(\mathbf{r}_i)|^2) \mathbf{E}(\mathbf{r}_i). \quad (5)$$

Здесь макроскопические средние  $\langle \mathbf{D}(\mathbf{r}) \rangle$  и  $\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle$  определены как средние по физически малому объему [6]

$$\mathbf{E}_0 = \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{V} \int \mathbf{E}(\mathbf{r} + \xi) dV,$$

$$\langle \mathbf{D}(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{V} \int \mathbf{D}(\mathbf{r} + \xi) dV.$$

Будем считать, что

$$\chi(\mathbf{r}_i) |\mathbf{E}(\mathbf{r}_i)|^2 \ll \varepsilon(\mathbf{r}_i), \quad (6)$$

и вычислим с точностью до  $\chi$  включительно электростатическую энергию системы [5].

$$W = \int \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} dV. \quad (7)$$

Используя (4), находим, что

$$W = V \left( \tilde{\varepsilon} |\mathbf{E}_0|^2 + \tilde{\chi} |\mathbf{E}_0|^4 \right). \quad (8)$$

С другой стороны, из (5)

$$W = W_2 + W_4,$$

где с той же точностью

$$W_4 = V \left\langle \chi(\mathbf{r}) |\mathbf{E}_1(\mathbf{r})|^2 \mathbf{E}_1^2 \right\rangle, \quad (9)$$

здесь  $\mathbf{E}_1(\mathbf{r})$  – локальное поле в среде при  $\chi \equiv 0$ .

Аналогично для величины  $W_2$  получим:

$$\begin{aligned}W_2 &= \int \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} dV = \frac{1}{V} \int \mathbf{D} \cdot (-E_0 \cdot \nabla \Phi) dV = \\ &= \frac{1}{V} \int \nabla \cdot [-\mathbf{D} \cdot E_0 \Phi] dV = \\ &= \oint \mathbf{D}(-E_0 \Phi) \cdot dS = \oint \mathbf{D}(-E_0 \Phi_0) \cdot dS = \\ &= \int \nabla[\mathbf{D}(-E_0 \Phi_0)] dV = \\ &= \int \mathbf{D} \nabla(E_0 z) dV = V \cdot \mathbf{D}_0 \cdot \mathbf{E}_0.\end{aligned}\quad (10)$$

Сравнивая (8), (9) и (10), приходим к следующим соотношениям:

$$\begin{aligned}\tilde{\varepsilon} |\mathbf{E}_0|^2 &= \frac{1}{V} \int \varepsilon(\mathbf{r}) |\mathbf{E}_1(\mathbf{r})|^2 dV = \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{V}{V} \varepsilon_i \left\langle |\mathbf{E}_{1i}|^2 \right\rangle\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\chi} |\mathbf{E}_0|^4 &= \frac{1}{V} \int \chi(\mathbf{r}) |\mathbf{E}_1(\mathbf{r})|^2 \mathbf{E}_1^2(\mathbf{r}) dV = \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{V}{V} \chi_i \left\langle |\mathbf{E}_{1i}|^2 \mathbf{E}_{1i}^2 \right\rangle.\end{aligned}$$

Отсюда получаем:

$$\tilde{\epsilon} = \frac{1}{|\mathbf{E}_0|^2} \sum_{i=1}^n f_i \epsilon_i \langle |\mathbf{E}_{ii}|^2 \rangle \quad (11)$$

$$\tilde{\chi} = \frac{1}{|\mathbf{E}_0|^2} \sum_{i=1}^n f_i \chi_i \langle |\mathbf{E}_{ii}|^2 \mathbf{E}_{ii}^2 \rangle, \quad (12)$$

где  $f_i = V_i/V$  – степень заполнения объема  $V$   $i$ -й фракцией. Из соотношения (11) находим, что

$$\begin{aligned} \langle |\mathbf{E}_{ii}|^2 \rangle &= \left| \langle \mathbf{E}_{ii}^2 \rangle \right| = \\ &= \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial \epsilon_i} \frac{1}{|\mathbf{E}_0|^2 f_i} = \frac{|F_i|}{|\mathbf{E}_0|^2 f_i}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $F_i = \partial \tilde{\epsilon} / \partial \epsilon_i$ .

Если в (12) провести нелинейное расщепление [5]

$$\langle |\mathbf{E}_{ii}|^2 \mathbf{E}_{ii}^2 \rangle \approx \left| \langle \mathbf{E}_{ii}^2 \rangle \right| \langle \mathbf{E}_{ii}^2 \rangle, \quad (14)$$

то его можно представить в виде:

$$\tilde{\chi} = \sum_{i=1}^n \frac{\chi_i}{f_i} |F_i| F_i, \quad F_i = \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial \epsilon_i}. \quad (15)$$

Выполнимость соотношения (14) означает малость флуктуаций локального поля  $\mathbf{E}_{ii}$  в области  $i$ -го включения, а выполнимость (6) требует малости нелинейной добавки в соотношениях (1). Отметим, что для структуры, представленной на рис. 1, эффективный нелинейный коэффициент Керра равен:

$$\tilde{\chi} = f_d \chi \frac{|\tilde{\epsilon}|^2 \tilde{\epsilon}^2}{\epsilon_0^4}.$$

### Плоская структура НМК

Рассмотрим плоскую структуру НМК, показанную на рис. 1. К тонкой пленке ( $\sim 1$  мкм) приложено постоянное электрическое поле  $\mathbf{E}_0$ .

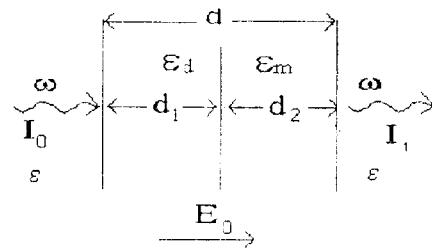


Рис. 1. Простейший случай двухслойного нелинейного композита  $E_0 = V/d$ , где  $V$  – потенциал приложенного внешнего поля,  $f_m = d_2/d$ ;  $f_d = d_1/d$ .

На систему падает электромагнитная волна частоты  $\omega$  и амплитуды  $E_s \ll E_0$ . В этом случае при расчете эффективных  $\tilde{\epsilon}$  и  $\tilde{\chi}$  будем учитывать лишь поле  $\mathbf{E}_0$ .

Используя стандартные граничные условия для полей [6], находим

$$|\mathbf{E}_0|^2 = \left| f_d + f_m \frac{\epsilon_0 + \chi |E_d|^2}{\epsilon_m} \right|^2 |\mathbf{E}_d|^2, \quad (16)$$

$$\text{где } f_d = \frac{d_1}{d_1 + d_2}; \quad f_m = \frac{d_2}{d_1 + d_2}.$$

Уравнение (16) можно записать в виде

$$X^3 + 2a'X^2 + |a|^2 X = y, \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} X &= \chi |\mathbf{E}_d|^2; \quad a = \epsilon_m \frac{f_d}{f_m} + \epsilon_0; \\ a' &= \operatorname{Re} a; \quad y = \left| \frac{\epsilon_m}{f_m} \right|^2 \chi |\mathbf{E}_0|^2. \end{aligned}$$

Таким образом, в этом случае для нахождения нелинейной поправки  $X$  к  $\epsilon_d = \epsilon_0 + X$  надо в отличие от случая слабонелинейного НМК решить кубическое уравнение (17). Это уравнение в зависимости от параметров  $a$  и  $y$  может иметь либо один, либо три положительных действительных корня. Последний случай соответствует явлению оптической бистабильности (ОБ) [1–4; 9] в такой системе. Используя теорему Рассея–Гурвица [10] можно провести

исследование расположения в комплексной плоскости  $x = x' + i \cdot x''$  корней уравнения (17) в общем случае. Более простые условия возникновения ОБ мы приведем в следующем разделе, а здесь отметим лишь, что если длина волны падающего излучения  $\lambda > d$  ( $d = d_1 + d_2$  – толщина пленки), то расчет эффективной диэлектрической проницаемости  $\tilde{\epsilon}$  композита в целом можно провести, используя (11) и стандартные граничные условия для электрических полей [6]. Это дает:

$$\frac{1}{\tilde{\epsilon}} = \frac{f_d}{\epsilon_d} + \frac{f_m}{\epsilon_m}. \quad (18)$$

Формулы (16)–(18) в комбинации с выражением для коэффициента пропускания [6]

$$T = \frac{I_1}{I} = \left| \frac{4\tilde{n}}{(\tilde{n}+1)^2} \cdot \frac{\exp(-ik_0 d)}{\exp(-ik_0 \tilde{n}d) - r^2 \exp(ik_0 \tilde{n}d)} \right|^2, \quad (19)$$

где  $\tilde{n} = \sqrt{\epsilon} = n + ik$ ,  $r = \frac{\tilde{n}-1}{\tilde{n}+1}$ ,  $k_0 = \omega/c$ , полностью решают проблему прохождения электромагнитного излучения частоты  $\omega$  через тонкую пленку НМК при приложении к ней постоянного внешнего электрического поля величиной  $E_0$ . Необходимо заметить, что решение этой проблемы гораздо сложнее, если не вводить условие  $\lambda > d$  [10]. Проведенная нами оценка для плоской структуры, показанной на рис. 1, при значениях параметров  $\omega_p = 1,46 \cdot 10^{16} \text{ c}^{-1}$ ,  $v = 1,68 \cdot 10^{14} \text{ c}^{-1}$ ,  $\epsilon_\infty = 4,5$ ,  $\epsilon_0 = 6$ ,  $\chi = 10^{-8} \text{ esu}$  и  $d/\lambda = 1/2$  дала значения  $T \sim 40\%$  при  $E_0 = 10^5 \text{ В/м}$ . При других конфигурациях структуры НМК, коэффициент  $T$  может быть доведен до значений  $\sim 80\%$ .

### Оптическая бистабильность в плоской структуре НМК

Проведем детальный анализ расположения корней уравнения (17) в комплексной плоскости  $x$ , предполагая, что диэлектрическая проницаемость (ДП) свободных электронов металла имеет вид [6]

$$\epsilon_m = \epsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + iv)}, \quad (20)$$

где  $\epsilon_\infty$  – ДП решетки,  $\omega_p$  – плазменная частота электронов, а  $v$  – их частота столкновений.

С учетом (20) из (17) находим, что величина  $a$  в уравнении (17)

$$a = \epsilon_0 + f \left( \epsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + iv)} \right) = f \left( \frac{1}{z_s^2} - \frac{1}{z^2 + \gamma^2} + i \frac{\gamma}{z(z^2 + \gamma^2)} \right), \quad (21)$$

где

$$f = \frac{f_d}{f_m}; \quad \frac{1}{z_s^2} = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_0}{f}; \\ z = \frac{\omega}{\omega_p}; \quad \gamma = \frac{v}{\omega_p}.$$

Дальнейший анализ уравнения (17) проведен по методу, изложенному в Приложении. Этот метод в задачах подобного типа проще прямого метода Раусса–Гурвица [10]. В согласии с этим методом, уравнение (17) имеет три положительных действительных корня (оптическая бистабильность) при выполнении следующих условий (П.8)

$$a' \leq -\sqrt{3}a''; \quad \psi(x_2) \leq \chi |\mathbf{E}_0|^2 \leq \psi(x_1), \quad (22)$$

где  $x_1$  – меньший, а  $x_2$  – больший корень уравнения

$$3x^2 + 4a'x + |a|^2 = 0, \quad (23)$$

$$\text{а } \psi(x) = |f/\epsilon_m|^2 (x^3 + 2a'x^2 + |a|^2 x).$$

Рассмотрим более детально первое условие (22). Из отрицательности  $a'$  следует, что ОБ возможна лишь в области частот  $z^2 < z_s^2 - \gamma^2$ . Кроме того, это условие можно представить в виде:

$$z^3 - z(z_s^2 - \gamma^2) + \sqrt{3}\gamma z_s^2 \leq 0. \quad (24)$$

При  $\gamma \rightarrow 0$  уравнение (24) имеет корни  $z_1 = -1$ ;  $z_2 = 0$ ;  $z_3 = 1$ , и неравенство (24) выполняется при условии, что частота  $z$  лежит в интервале  $0 < z \leq 1$ .

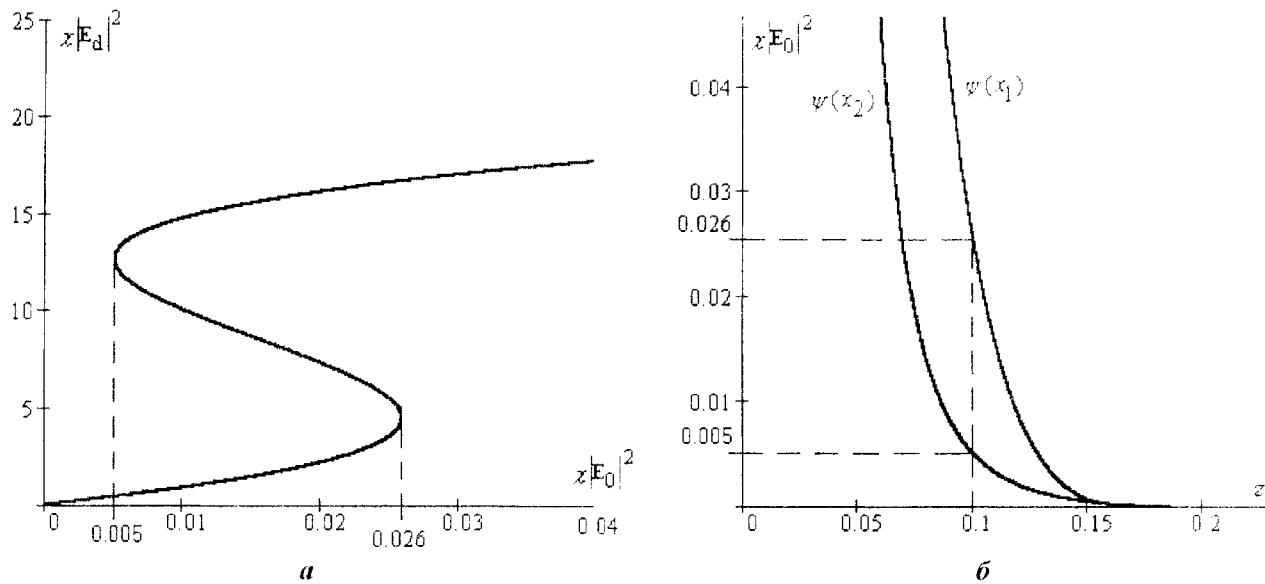


Рис. 2. Зависимости:  $a - X = \chi |E_d|^2$  от  $\chi |E_0|^2$ ,  $b - \psi(x_1)$ ,  $\psi(x_2)$  от  $z = \omega/\omega_p$  для значений параметров  $\omega_p = 1.46 \cdot 10^{16}$ ,  $\nu = 1.68 \cdot 10^{14}$ ,  $\epsilon_0 = 6$ ,  $\epsilon_\infty = 4.5$  при  $f = f_d/f_m = 1/5$  ( $f_d = 0.167$ ,  $f_m = 0.833$ ) при  $z = 0.1$ .

Если ограничиться лишь линейными по  $\gamma$  членами в (24), то неравенство (24) выполняется лишь при

$$\gamma < \frac{2}{9} z_s; \quad z_2 \leq z \leq z_3, \quad (z_2 > 0), \quad (25)$$

где  $z_2$  и  $z_3$  – положительные корни уравнения (24). Здесь [11]

$$\begin{aligned} z_3 &= \frac{2}{\sqrt{3}} z_s \cos\left(\frac{\alpha}{3}\right); \\ z_2 &= -\frac{2}{\sqrt{3}} z_s \cos\left(\frac{\alpha}{3} \pm \frac{\pi}{3}\right), \end{aligned} \quad (26)$$

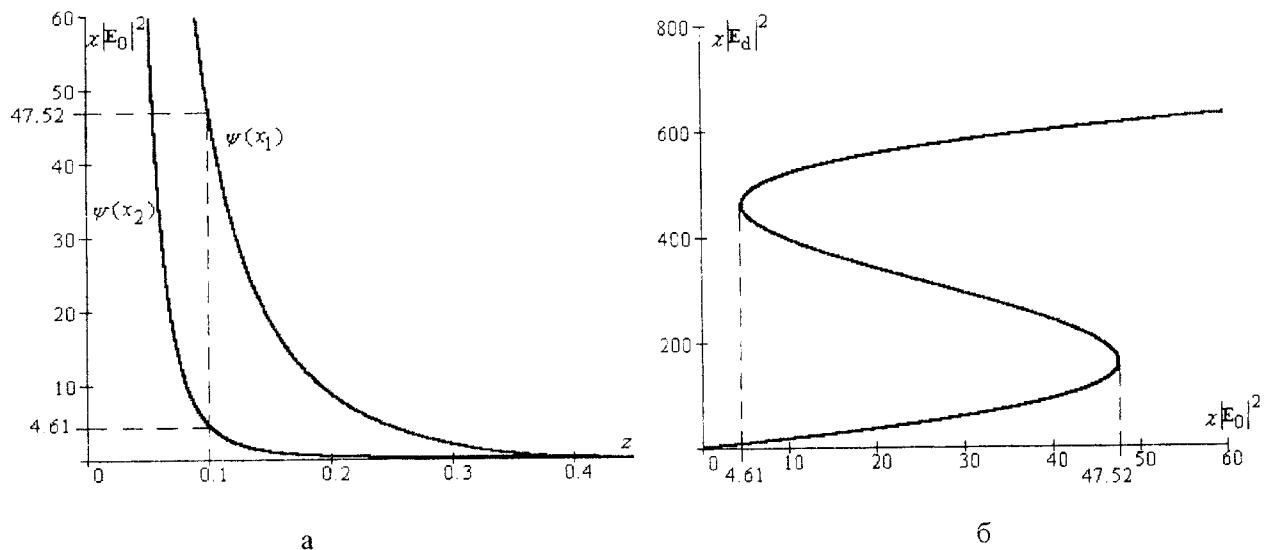
$$\text{где } \cos \alpha = -\frac{9}{2} \sqrt{\frac{\gamma}{z_s}}.$$

Таким образом, при выполнении условий (25), а также второго неравенства в соотношениях (22) в плоской структуре НМК появляется оптическая бистабильность, проявляющаяся в S-образной зависимости  $x$  от  $y$  (рис. 2). Критическое значение внешнего поля  $|E_0|_{kp}^2$  находится из соотношения (П.10) и имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{Y}_{kp} &= \left| \frac{\epsilon_m}{f_m} \right|^2 \chi_0 |E_0|_{kp}^2 = \\ &= -\frac{8}{27} \left( \frac{1}{z_s^2} - \frac{1}{z_s^2 + \gamma^2} \right)^3. \end{aligned} \quad (27)$$

Области бистабильности для некоторых значений параметров структуры приведены на рис. 2 и 3. Отметим, что кривые на рис. 2, б и 3, б пересекаются дважды: в точках  $z_2$  и  $z_3$ , причем корни уравнения (24) для случая  $f = 1/5$  (рис. 2) равны  $z'_2 = 0.02$ ,  $z'_3 = 0.159$ , а для случая  $f = 5$  (рис. 3)  $z''_2 = 0.02$ ,  $z''_3 = 0.408$ .

Из полученных результатов следует, что для случая  $f = 1/5$  (рис. 2) критическое значение внешнего поля  $E_0$ , при котором возникает оптическая бистабильность, определяется из соотношения  $\chi |E_0|_{kp}^2 = 0.005$  и при возрастании  $f$  (уменьшении металлической фракции) его величина возрастает. Отметим, что с возрастанием затухания  $\gamma$  в системе оптическая бистабильность в ней при  $\gamma \geq \sqrt{9} z_s$  исчезает.

Рис. 3. Зависимости, представленные на рис. 2, для  $f=5$  ( $f_d = 0,833$ ,  $f_m = 0,167$ ) при  $z = 0,1$ .

Таким образом, нами рассчитаны эффективные электродинамические характеристики слабонелинейных НМК произвольного состава. Детально изучены оптические свойства тонких пленок, которые состоят из двух компонентов: металл и нелинейный диэлектрик керровского типа. Отметим, что вместо приложения постоянного электрического поля в данной системе можно использовать непосредственно поле высокочастотного излучения, которое само создает необходимые нелинейные эффекты. Оценки показали, что при

толщине пленки в 3000 Å необходимо приложить к пленке потенциал  $\sim 3$  В, чтобы достичнуть значения локального поля  $E_d \sim 10^5$  В/м, при котором эффект просветления пленок может стать значительным. Детально исследован механизм оптической бистабильности в плоских пленочных структурах таких НМК. Рассчитаны в плоскости  $E_0 - \omega$  границы области бистабильности в зависимости от параметров системы, а также S-образные зависимости  $\chi|E_d|^2$  от  $\chi|E_0|^2$ .

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

Проанализируем расположение и движение корней кубического уравнения вида

$$x^3 + ax^2 + bx - y = 0 \quad (\text{П.1})$$

в комплексной плоскости  $x = x' + ix''$  в зависимости от изменения параметра  $y \geq 0$ . В уравнении (П.1)  $a$  и  $b$  – действительны, причем в нашем случае  $b \geq 0$ , а  $a$  может иметь любой знак. В этой статье нас интересует вопрос – при каких условиях, накладываемых на коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $y$ , уравнение (П.1) имеет три (два) действительных положительных корня. Известно [9], что ответ на вопрос дает теорема Раусса–Гурвица, из которой следует, что (П.1) имеет три (два) действительных корня при выполнении условий:

$$D \leq 0, \quad b > 0, \quad y > 0, \quad ab + y > 0, \quad (\text{П.2})$$

где  $D$  – дискриминант уравнения (П.1)

$$D = \left( \frac{H}{3} \right)^3 + \left( \frac{q}{2} \right)^2; \quad H = \frac{a^3}{3} + b; \\ q = 2 \left( \frac{a}{3} \right)^3 - \frac{ab}{3} - y. \quad (\text{П.3})$$

Эти условия довольно сложны для анализа. В статье воспользуемся более простым приемом [8]. Из графического анализа уравнения (П.1) следует, что это уравнение имеет три (два) действительных корня, если точки экстремума (если они существуют) функции

$$y = x^3 + ax^2 + bx, \quad (\text{П.4})$$

положительны, т. е.

$$x_1 > 0; \quad x_2 > 0; \quad (\text{П.5})$$

и при любом заданном значении  $y_0$  оно лежит в интервале

$$y(x_2) \leq y_0 \leq y(x_1), \quad (\text{П.6})$$

где  $x_1 \leq x_2$ . Для (П.1) эти условия принимают вид

$$\begin{cases} a \leq -\sqrt{3b}, \\ y(x_2) \leq y_0 \leq y(x_1), \end{cases} \quad (\text{П.7})$$

где  $y(x_i) = -\frac{2}{9} \left[ (a^2 - 3b)x_i + \frac{ab}{2} \right]$ ,  $i = 1, 2$ .

Отсюда находим интервалы, в которых (П.1) имеет три (два) действительных корня

$$\Delta(x) = x_2 - x_1 = \frac{2}{3}(a^2 - 3b)^{1/2}. \quad (\text{П.8})$$

$$\Delta(y) = y(x_1) - y(x_2) = \frac{4}{27}(a^2 - 3b)^{3/2}.$$

Отметим, что при  $a^2 - 3b = 0$ ,  $x_2 = x_1 = x_{kp}$  и  $y_2 = y_1 = y_{kp}$ , причем

$$x_{kp} = -a/3; \quad y_{kp} = -a^3/27. \quad (\text{П.9})$$

Значения  $x_{kp}, y_{kp}$  определяют критические значения  $x$  и  $y$ , при которых возникает ситуация появления трех действительных положительных корней уравнения (П.1).

## Литература

1. Ricard D. In: Nonlinear Optics: Material and Devices. Ed. by Flytzanis C., Oudord J. L. – Berlin, Springer, 1986, P. 156–160.
2. Kalyaniwalla N., Hays J. W., Inguva R., Birnboim M. H. // Phys. Rev. A.– 1990.– 42, N 9.– P. 5613– 5621.
3. Haus J. W., Kalyaniwalla N., Inguva R. et al. // J. Opt. Soc. Amer. B.– 1989.– 6, N 4.– P. 797–807.
4. Levy O., Bergman D. // Phys. Rev. B.– 1994.– 49, N 11.– P. 7189–7192.
5. Stroud D., Wood Van E. // J. Opt. Soc. Amer. B.– 1989.– 6, N 4.– P. 778–786.
6. Grechko L. G., Zarko V. I., Motrich V. V. // React. Kinet. Catal. Lett.– 1993.– 50, N 1–2.– P. 183–188.
7. Grechko L. G., Levandovskii V. G., Motrich V. V., Volokh V. N. // Adsorption Science and Technology. – 1996.– 14, N 6.– P. 363–373.
8. Гречко Л. Г., Бурый О. В., Мальнов В. М., Давидова О. О. // Укр. фіз. журн.– 2000.– 45, № 3.– С. 38–45.
9. Ланда П. С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. – М.: Наука, 1980.
10. Agarwal G. S., Gupta S. D. // Phys. Rev. A.– 1988.– 38, N 11.– P. 5678– 5687.
11. Корн Е., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров.– М.: Наука, 1984.

Получено 20.09.98

## Електродинамічні властивості тонких плівок на основі нелінійних металокомпозитів

Л. Г. Гречко, Ю. С. Гончарук, О. А. Давидова, А. А. Шустов

Проведено розрахунок ефективної діелектричної проникності різних композитів, що містять металічну фракцію і фракцію нелінійного діелектрика (НД) керрівського типу (діелектрична проникність НД квадратично залежить від величини зовнішнього поля). Вивчено ефект оптичної бістабільності в плошкій структурі такого нелінійного металокомпозиту. Показано, що прикладання до тонких ( $\sim 1 \text{ мкм}$ ) шарів таких композитів зовнішнього електричного поля ( $\sim 10 \text{ В}$ ) може значно змінити коефіцієнти пропускання та відбивання електромагнітного випромінювання.

## Electrodynamical properties of thin films based on nonlinear metal composites

L. G. Grechko, Yu. S. Goncharuk, O. A. Davydova, A. A. Shustov

*Calculation of effective permittivity of various composites consisted of a metal and non dielectric (ND) of Kerr type is performed for the case of quadratic dependency of ND permittivity on the value of external field. The effect of optical bistability in the nonlinear metal composite of a plane structure is studied. It is shown that applying of constant external electric field ( $\sim 10 \text{ V}$ ) to thin layers ( $\sim 1 \mu\text{m}$ ) of the composites may change sufficiently their electromagnetic absorptance and reflectance coefficients.*