

## ЛАЗЕР-ИНДУЦИРОВАННЫЕ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ СТРУКТУРЫ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

П.П. Горбик, Л.Г. Гречко, Л.Ю. Куницкая, Л.Б. Лерман, А.Ю. Семчук

*Институт химии поверхности им. А.А. Чуйко Национальной академии наук Украины  
ул. Генерала Наумова 17, 03164, Киев-164*

*Построена теория образования лазер-индуцированных пространственно-периодических поверхностных структур на поверхности твердых тел. Исследовано пространственное и временное распределение температуры на поверхности твердого тела, нагреваемого в результате взаимодействия с ней нескольких лазерных пучков (интерференционной картины). Реализован специальный метод расчета нестационарного и периодического в пространстве температурного поля в общем случае. Показано, что максимум разогрева наблюдается в центрах пучков и температура быстро спадает при приближении к краю периодической структуры. При достаточно больших сечениях пучков удастся достичь почти равномерного прогрева, когда отношение размера пучка к периоду структуры составляет 0,8.*

*The theory of formation the laser -induced spatial - periodic surface structures in solid state is constructed. The spatial and temporary distribution of temperature on a surface of a solid state which is heated up as a result of interaction a several laser beams (interference patternits surface) with this surface is investigated. The special method of calculation the temperature field, which non-stationary and periodic in space, in a general case is realized. It is shown, that the maximum of heating up is observed at centers of beams and temperature quickly falls down with a movement to edge of a periodic structure. With rather large sections of beams it is possible to reach almost uniform heating up, when the ratio of beam size to a period of structure makes 0,8.*

### Введение

В работе рассматриваются лазер-индуцированные периодические структуры различной формы и природы, которые образуются на поверхности твердых тел при облучении их интенсивным лазерным излучением. Впервые структуры такого типа наблюдались еще 30 лет назад при облучении поверхности полупроводников Ge и Si импульсным излучением рубинового лазера [1]. Затем такие структуры наблюдались не только в полупроводниках, но и в металлах (Ni, Cu, Pb, Al, сталь, латунь) и диэлектриках (NaCl, плавленном и кристаллическом кварце). Вследствие интенсивных экспериментальных и теоретических исследований в этом направлении сейчас вырисовывается такая физическая картина генерации периодических поверхностных структур [2, 3].

Образование периодической структуры на поверхности твердого тела начинается с генерации периодически промодулированного светового поля в пространстве вблизи поверхности или на самой поверхности. Причина его появления может быть различной. Это может быть интерференция падающей световой волны с волной, рассеянной неоднородной поверхностью (при этом случайные неоднородности рельефа могут иметь как статический, так и динамический характер), или при непосредственном наложении на поверхность твердого тела интерференционной картины, которая образуется вследствие интерференции нескольких (не менее двух) лазерных пучков. В периодически промодулированном по интенсивности световом поле происходит пространственно-неоднородный нагрев поверхности. При этом распределение температуры вдоль поверхности, очевидно, коррелирует с распределением интенсивности светового поля.

При неоднородном нагреве поверхности возникает неоднородное плавление, а потом испарение и абляция вещества. Таким образом, иначе говоря, интерференционный рельеф «запоминается», фиксируется на поверхности.

При этом становится возможным (и это часто реализуется на эксперименте) возникновение неустойчивостей за счет позитивной обратной связи по следующей схеме: появление рельефа поверхности соответствующего периода и фазы способствует повышенному поглощению в пиковых позициях структуры, что еще больше увеличивает глубину модуляции температуры и приводит к дальнейшему увеличению поглощения.

Однако до последнего времени изучались лишь пространственно-периодические структуры, которые образовывались с помощью интерференционного светового поля, возникающего за счет взаимодействия падающей световой волны с волной, рассеянной неоднородностями поверхности. И, кроме того, совершенно оставался в стороне процесс собственно разогрева поверхности твердого тела при облучении его интенсивным лазерным излучением.

Эта работа посвящена изучению процесса образования пространственно-периодических поверхностных структур, которые возникают при взаимодействии с поверхностью твердого тела нескольких лазерных пучков. Исследовано пространственное и временное распределение температуры на поверхности твердого тела, нагреваемого в результате такого взаимодействия. Реализован специальный метод расчета периодического в пространстве нестационарного температурного поля. Расчеты выполнены для одномерной и двумерной периодических структур.

### **Образование пространственно-периодических структур интерференционной картины, созданной наложением падающего и рассеянного лазерных пучков**

Сразу же следует подчеркнуть, что наложение падающей и зеркально отраженной от идеальной поверхности волн, не может привести к появлению периодически модулированного по интенсивности интерференционного поля [2]. Оно может появиться лишь в том случае, когда отраженная волна имеет отличную от падающей волны тангенциальную составляющую волнового вектора [2]. Кратко остановимся на математическом описании явления интерференции. Пусть каждая из взаимодействующих волн описывается следующим выражением

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{A} \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0), \quad (1)$$

где  $\omega$  – частота,  $\vec{k}$  – волновой вектор,  $\varphi_0$  – начальная фаза. Таким образом, при сложении волн для суммарного (интерференционного) поля получаем:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{A}_1 \sin(\omega t - \vec{k}_1\vec{r} + \varphi_1^0) + \vec{A}_2 \sin(\omega t - \vec{k}_2\vec{r} + \varphi_2^0) + \dots = \\ &= \sum_i \vec{A}_i \sin(\omega t - \vec{k}_i\vec{r} + \varphi_i^0). \end{aligned} \quad (2)$$

Используя (2), найдем суммарную интенсивность от сложения двух пучков

$$J = \frac{cn}{4\pi} \langle E^2 \rangle = J_0 \left\{ 1 + \frac{J_{\max} - J_{\min}}{J_{\max} + J_{\min}} \cos\left[ (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\vec{r} + \varphi_2^0 - \varphi_1^0 \right] \right\}, \quad (3)$$

где  $J_0 = \frac{cn}{8\pi} (A_1^2 + A_2^2)$ ,  $J_{\max} = \frac{cn}{8\pi} (A_1 + A_2)^2$ ,  $J_{\min} = \frac{cn}{8\pi} (A_1 - A_2)^2$ , а скобки  $\langle \rangle$  означают усреднение по промежутку времени, намного большем чем  $\omega^{-1}$ .

Расстояние  $L$  между соседними полосами максимальной интенсивности (период интерференционной картины) в соответствии с (3) определяется из условия

$$(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \vec{L} = 2\pi. \quad (4)$$

Для двух пучков, которые сходятся под углом  $2\vartheta$ , из (4) находим:

$$L = \lambda / 2 \sin \vartheta \quad (5)$$

Теперь проведем расчет интерференционной картины на плоскости  $(x, y)$ . Вместо (2) запишем аналогичное выражение для суммарной напряженности электрического поля, которое образуется на плоскости  $(x, y)$  в результате сложения плоских волн [4]

$$E(x, y) = \sum_{i=1}^n E_i = \sum_{i=1}^n E_i^0 \exp\{-ik \sin \alpha_i (x \cos \beta_i - y \sin \beta_i)\}, \quad (6)$$

где  $\alpha_i$  – угол между волновым вектором  $i$ -го пучка и нормалью, опущенной на плоскость,  $\beta_i$  – угол между проекцией волнового вектора  $i$ -го пучка на плоскость  $(x, y)$  и проекцией на эту плоскость  $(i+1)$ .

При взаимодействии двух волн ( $n = 2$ ) получается одномерная дифракционная картина. Действительно, считая, что

$$E_{01} = E_{02} = E_0, \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha, \quad \beta_1 = 0, \quad \beta_2 = \pi, \quad (7)$$

в данном случае для интенсивности интерференционной картины находим:

$$J = |E_0|^2 = 4E_0^2 \cos(kx \sin \alpha). \quad (8)$$

Для трехволновой интерференционной картины ( $n = 3$ ) из (6) и (7), предположив, что

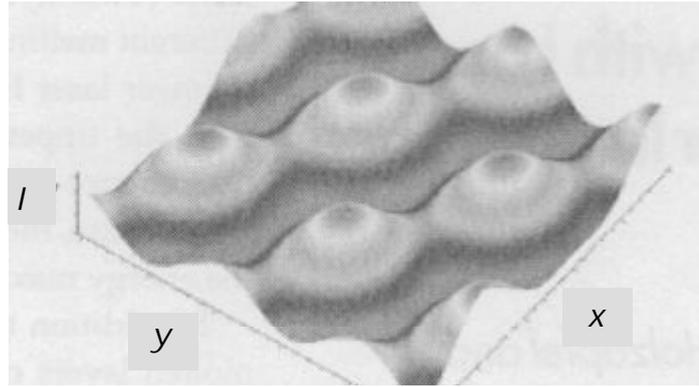
$$E_{01} = E_{02} = E_0, \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha, \quad \beta_1 = 0, \beta_2 = \frac{2\pi}{3}, \quad \beta_3 = -\frac{2\pi}{3}, \quad (9)$$

получаем следующее выражение для интерференционной картины

$$I = E_0^2 \left[ \left( -\cos(kx \sin \alpha) - \cos\left(k \sin \alpha \left(-\frac{x}{2} - y \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) - \cos\left(k \sin \alpha \left(-\frac{x}{2} + y \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) \right)^2 + \left( -\sin(kx \sin \alpha) + \sin\left(k \sin \alpha \left(-\frac{x}{2} - y \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) - \sin\left(k \sin \alpha \left(-\frac{x}{2} + y \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) \right)^2 \right]. \quad (10)$$

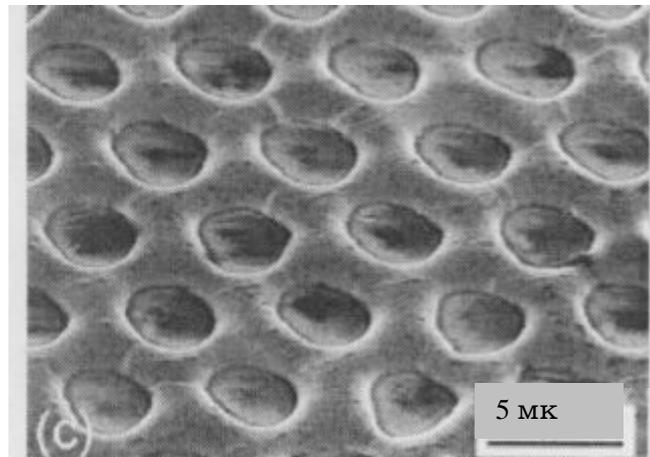
В этом случае получается поверхностная структура более сложной формы (двумерная).

Графическая интерпретация формулы (10) приведена на рис. 1.



**Рис. 1.** Интерференционная картина от трех пучков.

На рис. 2 изображена экспериментально полученная периодическая структура на поверхности Cu(30)/Al(60), созданная в результате интерференции трех пучков [4].



**Рис. 2.** Экспериментальная периодическая структура на поверхности Cu(30)/Al(60), созданная в результате интерференции трех пучков [4].

При этом напряженности электрического поля интерферирующих пучков связаны следующим соотношением:

$$E_{01} = E_{02} = E_0, \quad E_{03} = \frac{1}{2} E_0. \quad (11)$$

Ее сравнение с теоретической картиной, изображенной на рис. 1, указывает на их хорошее качественное совпадение.

Таким образом, в результате наложения на поверхность твердого тела интерференционной картины, которая образуется в результате интерференции нескольких световых (лазерных) пучков, на его поверхности образуются лазер-индуцированные периодические поверхностные структуры различной формы (форма структуры зависит от количества интерферирующих пучков и угла схождения).

### **Тепловые эффекты, вызванные воздействием на поверхность твердого тела мощного лазерного излучения**

При взаимодействии мощного лазерного излучения с веществом происходит поглощение световой энергии, которая, в конце концов, превращается в энергию хаотического движения атомов и молекул. Другими словами, под влиянием лазерного излучения

происходит нагревание вещества. Достаточно значительное повышение температуры при поглощении мощного лазерного излучения вызывает фазовые переходы – часто целые каскады фазовых преобразований, таких как плавление твердого тела, испарение вещества с его поверхности (абляция), разбрызгивание, а после прекращения действия лазерного излучения – затверждение. Подобные эффекты, которые сопровождают взаимодействие мощного лазерного излучения с веществом, находят широкое практическое применение в лазерной технологии при обработке поверхности различных материалов.

Специфика именно лазерного влияния на вещество состоит в возможности чрезвычайно большой концентрации энергии в малых объемах (на малых площадях – порядка  $\lambda^2$ ) и за короткие промежутки времени (до  $10^{-14}$  с). В результате становятся возможными сверхбыстрые процессы нагрева, плавления, разрушение, и т.п. твердых тел, генерация мощных акустических импульсов, которые до этого были просто невозможными. Отсюда – новые применения в промышленности, военном деле, медицине.

При описании лазерного нагрева вещества существенными становятся два обстоятельства. Во-первых, вследствие проникновения света в глубину среды оптические тепловые источники должны быть объемными, т.е. распределенными в объеме среды, а не локализованными, например, на ее границе, как это имеет место в задачах о простом термическом нагреве. Во-вторых, выделение оптической энергии происходит неоднородно по объему взаимодействия из-за уменьшения интенсивности света по мере его проникания в глубину среды. Последнее обстоятельство приводит к пространственно-неоднородному нагреву вещества и вызовет тепло- и массоперенос между разными участками среды. В этом случае распределение поверхностной температуры задается уравнением [2]:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\kappa \nabla T) + \frac{\partial Q}{\partial t}. \quad (12)$$

Если пренебречь зависимостью от координат плотности  $\rho$ , теплоемкости при постоянном давлении  $c_p$ , коэффициента теплопроводности  $\kappa$  и функции внешнего источника  $\partial Q / \partial t$ , а также температурной зависимостью теплофизических характеристик, то для описания нагрева вещества в поле интенсивного лазерного излучения можно использовать линейное неоднородное дифференциальное уравнение параболического типа, известного под названием уравнения Фурье

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \Delta T + \frac{1}{\rho c_p} \frac{\partial Q}{\partial t}, \quad (13)$$

где  $\chi = \kappa / \rho c_p$  – коэффициент температуропроводности.

Будем считать, что лазерный пучок распространяется вдоль оси  $Oz$  и падает на поверхность твердого тела, создавая объемный источник теплоты с плотностью мощности

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \alpha J(\vec{r}, t), \quad (14)$$

где  $\alpha$  – коэффициент поглощения лазерного излучения,  $J(\vec{r}, t)$  – распределение интенсивности света в среде. Для простейшего случая пучка с гауссовым распределением интенсивности имеем [2]

$$J(\vec{r}, t) = (1 - R)J_0 \exp(-\alpha z) \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{a^2}\right\} f\left(\frac{t}{\tau_p}\right), \quad (15)$$

где  $J_0$  – интенсивность лазерного излучения, которое падает на поверхность твердого тела,  $R$  – коэффициент отражения света поверхностью,  $a$  – радиус гауссовского светового пучка. Функция  $f(t/\tau_p)$  описывает временную огибающую лазерного импульса, который имеет продолжительность  $\tau_p$ . Для получения основных качественных представлений о процессе оптического нагрева вещества во многих случаях оказывается достаточным смоделировать непрерывное лазерное излучение ступенчатой функцией Хевисайда:

$$f\left(\frac{t}{\tau_p}\right) = u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0, \end{cases} \quad (16)$$

а импульсное – прямоугольной огибающей интенсивности

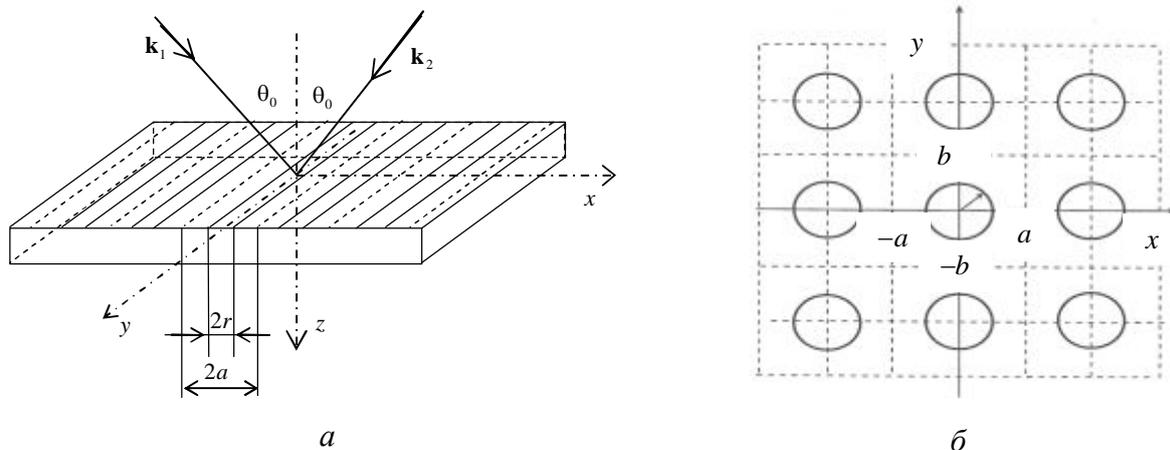
$$f(t/\tau_p) \equiv \theta(t) - \theta(t - \tau_p). \quad (17)$$

Поскольку уравнение Фурье (14) линейное, то оно справедливо и для приращения температуры тела  $T' = T - T_0$ , где  $T_0$  – температура тела в отсутствие оптического нагрева. Для определенности будем рассматривать процесс нагрева вещества при отсутствии теплообмена с окружающей средой, накладывая на решение уравнения теплопроводности следующее граничное условие:

$$-q_z = \chi \frac{\partial T'}{\partial x} = 0, \quad \text{при } z = 0. \quad (18)$$

Для нахождения решения задачи (12) – (18) был предложен ряд методов, в частности: метод функций Грина, метод интегрального преобразования Лапласа, метод конечных разностей и т.п. [11 – 28]. Для решения рассматриваемой конкретной задачи применим свой, оригинальный метод.

Итак, рассмотрим нагрев твердого тела при облучении его несколькими лазерными пучками, которые образуют на его поверхности одно- и двумерную интерференционную картины (структуры), схематично изображенные на рис. 3.



**Рис. 3.** Одномерная (а) и двумерная (б) интерференционные картины на поверхности твердого тела, созданные когерентными лазерными пучками.

Будем считать, что теплофизические характеристики вещества не зависят от координат, и потому для распределения температуры получим следующее уравнение

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\alpha}{\rho c_p} J(x, y, x, t). \quad (19)$$

Для распределения интенсивности лазерного пучка примем гауссовское распределение (15). Температуру будем отсчитывать от начального значения  $T_0$ . В силу линейности уравнение (19) сохраняет свой вид и для разности  $T - T_0$ . Поэтому, не преуменьшая общности, можно считать, что температура отсчитывается от нуля.

Искомое распределение температуры должно удовлетворять следующим краевым и начальным условиям. В силу периодичности задачи на границах периодической структуры источников должны обращаться в нуль тепловые потоки, то есть можно записать

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=\pm b} = 0. \quad (20)$$

На поверхности  $z = 0$ , как и в [2], принимается отсутствие теплового потока, то есть должно выполняться условие

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad (21)$$

и при этом нужно учесть, что

$$\lim_{t \rightarrow 0} T = 0. \quad (22)$$

Для температуры также примем нулевое начальное условие

$$T(x, y, z, 0) = 0. \quad (23)$$

Решение сформулированной выше задачи может быть построено с помощью функций Грина уравнения теплопроводности для полупространства [18]. Тем не менее, при таком подходе возникает нетривиальная задача расчета несобственных интегралов, поэтому воспользуемся другим подходом. При этом заметим, что уравнение (19) имеет постоянные коэффициенты и является однородным, а в функции источника переменные разделены. При таких обстоятельствах удобным может оказаться метод интегральных преобразований [19].

При решении задачи нахождения пространственного и временного распределения температуры поверхности при лазерном нагреве вещества будем использовать конечное интегральное преобразование по координатам  $(x, y)$  и косинус-преобразование Фурье по координате  $z$ . Последовательное выполнение этих преобразований (независимо в какой последовательности) приводит к семейству неоднородных обычных дифференциальных уравнений первого порядка по времени. Решение последних не является сложной задачей и после перехода в пространство оригиналов дает аналитическое решение задачи (19) – (23) в виде сходящихся рядов и интегралов.

В качестве ядра двумерного интегрального преобразования по координатам  $(x, y)$  выберем функцию

$$K_{mn}(x, y) = \cos(\lambda_m x) \cos(\mu_n y), \quad (24)$$

где  $\lambda_m = \frac{\pi m}{a}$ ,  $\mu_n = \frac{\pi n}{b}$ ;  $a$  и  $b$  – размеры прямоугольной элементарной ячейки на поверхности твердого тела, на которую фокусируется лазерный луч. По определению для температуры  $T$  и интенсивности лазерного излучения  $J$  получаем

$$T_{nm}(z, t) = \int_{-a}^a \int_{-b}^b T(x, y, z, t) K_{nm}(x, y) dx dy, \quad J_{nm}(z, t) = \int_{-a}^a \int_{-b}^b J(x, y, z, t) K_{nm}(x, y) dx dy. \quad (25)$$

Теперь сделаем следующее. Домножим уравнения (19) на ядро (24) и проинтегрируем по периоду в границах ячейки. Операции дифференцирования по параметру и интегрированию в конечных границах взаимно перестановочны, поэтому получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-a}^a \int_{-b}^b T(x, y, z, t) K_{nm}(x, y) dx dy &= \chi \int_{-a}^a \int_{-b}^b \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) K_{nm}(x, y) dx dy + \\ &+ \chi \frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_{-a}^a \int_{-b}^b T(x, y, z, t) K_{nm}(x, y) dx dy + \alpha \int_{-a}^a dx \int_{-b}^b dy J(x, y, z, t) K_{nm}(x, y). \end{aligned} \quad (26)$$

Теперь в правой части первого интеграла в (26) дважды выполним интегрирование по частям и с учетом граничных условий (21) и (22), которые можно записать в виде

$$\left. \frac{\partial T_{nm}}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad \lim_{z \rightarrow \infty} T_{nm} = 0, \quad (27)$$

для выбранного ядра и обозначений (25) и (26) получим следующее уравнение:

$$\frac{\partial T_{nm}}{\partial t} = -\chi(\lambda_n^2 + \mu_m^2) T_{nm} + \chi \frac{\partial^2 T_{nm}}{\partial z^2} + \alpha J_{nm}(z, t). \quad (28)$$

При задании производной на границе полупространства нужно применять косинус-преобразование Фурье с ядром  $\cos \xi z$ , где  $\xi$  – переменная преобразования. Его применение приводит к семейству обычных дифференциальных уравнений первого порядка, которые имеют вид:

$$\frac{dT_{nm}^F}{dt} = -\chi(\lambda_n^2 + \mu_m^2 + \xi^2) T_{nm}^F + \alpha J_{nm}^F(\xi, t), \quad (29)$$

где

$$T_{nm}^F(\xi, t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} T_{nm}(z, t) \cos \xi z dz, \quad J_{nm}^F(\xi, t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} J_{nm}(z, t) \cos \xi z dz. \quad (30)$$

Начальное условие для функций  $T_{nm}^F(t)$  остается нулевым, то есть  $T_{nm}^F(t) = 0$ . Решение уравнений (30) можно получить разными методами. Применим представление в виде интеграла Дюамеля для импульса произвольной формы

$$T_{nm}^F(\xi, t) = \alpha \int_0^t h_+(t - \tau) J_{nm}^F(\xi, \tau) d\tau = \alpha \int_0^t h(t) J_{nm}^F(\xi, t - \tau) d\tau, \quad (31)$$

где  $h_+(t-\tau)$  – нормальная реакция на единичный импульс. Для уравнения (31) эта функция будет иметь вид

$$h_+(t) = \exp\left\{-\chi(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)t\right\}.$$

Итак, в пространстве изображений решение построено. Теперь, последовательно возвращаясь в пространство оригиналов, будем иметь формальное решение для произвольного импульса

$$T_{nm}(z, t) = \sqrt{\frac{2}{\pi_0}} \int_0^\infty T_{nm}^F(\xi, t) \cos \xi z dz = \alpha \sqrt{\frac{2}{\pi_0}} \int_0^\infty \cos \xi z dz \int_0^t \exp\left\{-\chi\left(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2\right)t\right\} J_{nm}^F(\xi, t-\tau) d\tau. \quad (32)$$

Обращение конечного интегрального преобразования дается рядом. Поэтому для распределения поверхностной температуры получим конечное выражение

$$T(x, y, z, t) = \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{1}{\|K_{nm}\|^2} T_{nm}(z, t) K_{nm}(x, y), \quad (33)$$

где квадрат нормы задается интегралом

$$\|K_{nm}\|^2 = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \cos^2(\lambda_n x) \cos^2(\mu_m y) dx dy. \quad (34)$$

Итак, в развернутом виде решение задачи о пространственном и временном распределении температуры поверхности твердого тела при лазерном нагреве будет иметь вид

$$T(x, y, z, t) = \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{\alpha}{\|K_{nm}\|^2} \left\{ \sqrt{\frac{2}{\pi_0}} \int_0^\infty \cos \xi z dz \int_0^t \exp\left\{-\chi(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)t\right\} J_{nm}^F(\xi, t-\tau) d\tau \right\} K_{nm}(x, y).$$

Теперь более детально рассмотрим случай, когда на поверхность твердого тела падает лазерный импульс бесконечной длины, временная зависимость которого описывается функцией Хевисайда  $H(t)$  и имеет вид:

$$J(x, y, z, t) = J_0(1-R)e^{-\alpha z} H(t) \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{r^2}\right\}. \quad (35)$$

Применяя общие формулы, приведенные выше, получаем

$$J_m(z, t) = J_0(1-R)e^{-\alpha z} H(t) \int_{-a}^a \int_{-b}^b e^{-\frac{x^2 + y^2}{r^2}} J(x, y, z, t) \cos \lambda_n x \cos \mu_m y dx dy. \quad (36)$$

Двойной интеграл в (36) легко сводится к повторному, и, в силу четности по обеим переменным, интегрирование легко выполнить в первой четверти. В результате получаем:

$$G_{nm}(z, t) = 4 \int_0^a \int_0^b e^{-\frac{x^2 + y^2}{r^2}} \cos \lambda_n x \cos \mu_m y dx dy = 4 \int_0^a e^{-\frac{x^2}{r^2}} \cos \lambda_n x dx \int_0^{\sqrt{r^2 - x^2}} e^{-\frac{y^2}{r^2}} \cos \mu_m y dy. \quad (37)$$

Интеграл (37) не выражается в аналитической форме и его необходимо рассчитывать численно.

Таким образом, теперь (37) запишется так

$$J_{nm}(z, t) = J_0(1-R)G_{nm}(z, t)e^{-\alpha z}H(t). \quad (38)$$

Применяя к (38) косинус-преобразование Фурье, получаем

$$J_{nm}^F(t) = J_0(1-R)\frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \xi^2}G_{nm}\sqrt{\frac{2}{\pi}}H(t). \quad (39)$$

Здесь учтено, что  $\int_0^\infty e^{-\alpha z} \cos \xi z dz = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \xi^2}$ . В силу (29) после интегрирования имеем:

$$T_{nm}^F(\xi, t) = J_0(1-R)G_{nm}(z, t) \int_0^t h_+(t-\tau)H(\tau) d\tau = J_0(1-R)G_{nm}(z, t) \frac{1 - e^{-\chi(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)t}}{\chi(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)}. \quad (40)$$

Поэтому, учитывая обратное преобразование Фурье, находим

$$T_{nm}(z, t) = J_0(1-R)\frac{2\alpha^2}{\chi\pi} \sum_{n,m=0}^\infty \left\{ \int_0^\infty \frac{1 - e^{-\chi(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)t}}{(\alpha^2 + \xi^2)(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)} \cos \xi z dz \frac{\varepsilon_{nm}G_{nm}}{ab} K_{nm}(x, y) \right\}, \quad (41)$$

где  $\varepsilon_{nm} = 1$ , если  $n \neq 0$ ,  $m \neq 0$ ;  $\varepsilon_{nm} = 1/2$ , если  $n = 0$  или  $m = 0$ ;  $\varepsilon_{nm} = 1/4$ , если  $n = 0$ ,  $m = 0$ .

Из формулы (29) нетрудно определить скорость распространения тепла  $v = v(x, y, z, t)$

$$v = \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{2}{\pi} J_0(1-R)\alpha \sum_{n,m=0}^\infty \left\{ \int_0^\infty \left[ \frac{e^{-\chi(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)t}}{\alpha^2 + \xi^2} \cos \xi z dz \right] \frac{\varepsilon_{nm}G_{nm}}{ab} K_{nm}(x, y) \right\}. \quad (42)$$

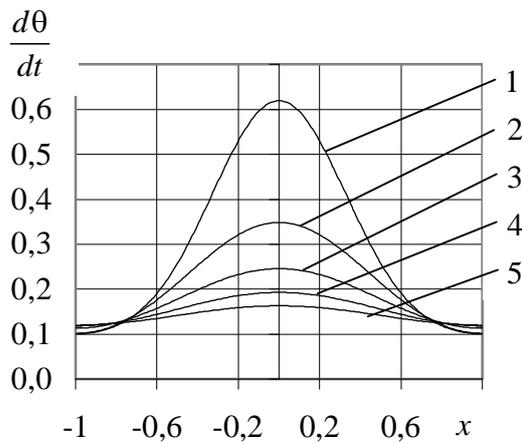
Итак, задача нахождения полей температур и скоростей распространения тепловой волны в любой момент времени свелась к вычислению коэффициентов  $G_{nm}$  и интегралов, которые входят в (40), и суммированию рядов.

Рассмотрим некоторые конкретные случаи, для которых были проведены численные расчеты.

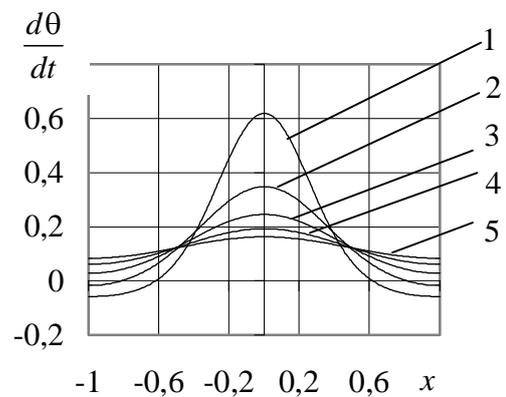
1. Двумерная периодическая структура с источниками, которые действуют в границах круга, радиуса  $r = 0,2a$  с гауссовым распределением интенсивности пучка (рис. 3, б). На рис. 4 и 5 приведена полученная зависимость скорости изменения температуры на поверхности твердого тела в среднем и диагональном сечениях квадратной ячейки в разные моменты времени. Распределение температуры на поверхности твердого тела в среднем и диагональном сечениях квадратной ячейки для разных радиусов пучка при  $t = 0,005$  представлено на рис. 6 и 7, а для разных моментов времени – на рис. 8 и 9.

2. Одномерная периодическая структура на поверхности твердого тела, созданная интерференцией двух пучков (рис. 3, а). Временная зависимость мгновенного лазерного импульса задается  $\delta$ -функцией. Считается, что интенсивность лазерного излучения равномерно распределенная по ширине пучка. Распределение температуры на

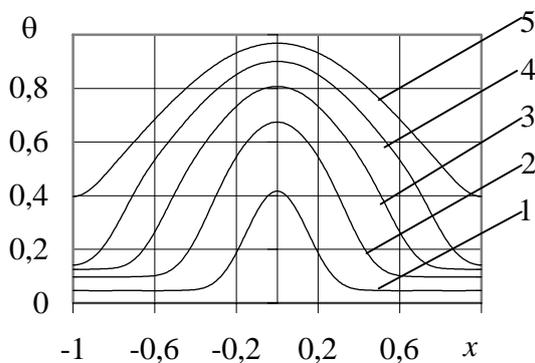
поверхности твердого тела поперек полос для разных значений ширины пучка при  $t = 0,005$  представлено на рис. 10. Та же зависимость для разных моментов времени приведена на рис. 11 при ширине пучка  $r = 0,2a$ .



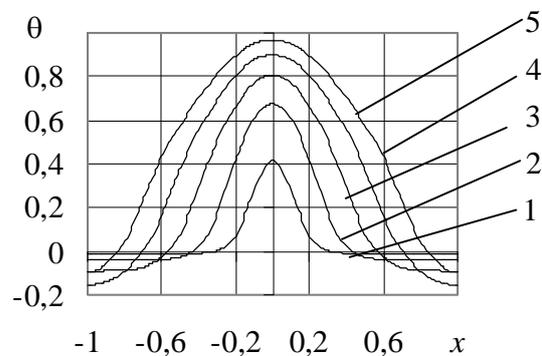
**Рис. 4.** Распределение скорости изменения температуры на поверхности тела в среднем сечении периодической структуры в различные моменты времени: 1 –  $t=0,05$ ; 2 –  $t=0,10$ ; 3 –  $t=0,15$ ; 4 –  $t=0,20$ ; 5 –  $t=0,25$ .



**Рис. 5.** Распределение скорости изменения температуры на поверхности тела в диагональном сечении периодической структуры в различные моменты времени: 1 –  $t=0,05$ ; 2 –  $t=0,10$ ; 3 –  $t=0,15$ ; 4 –  $t=0,20$ ; 5 –  $t=0,25$ .

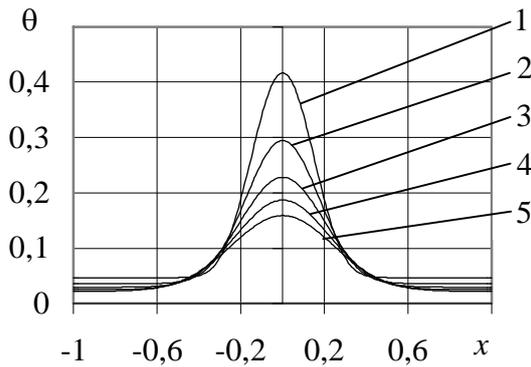


**Рис. 6.** Распределение безразмерной температуры на поверхности тела в среднем сечении периодической структуры для разных радиусов пучка: 1 –  $r/a=0,2$ ; 2 –  $r/a=0,4$ ; 3 –  $r/a=0,6$ ; 4 –  $r/a=0,8$ ; 5 –  $r/a=1,0$ .

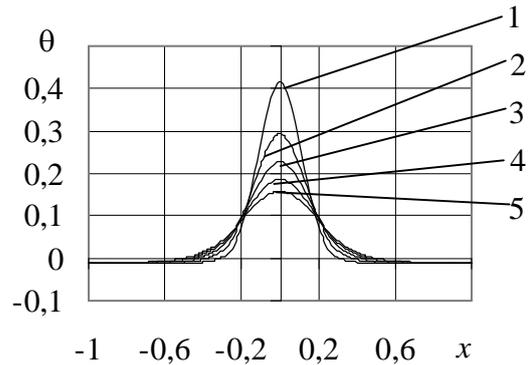


**Рис. 7.** Распределение безразмерной температуры на поверхности тела в диагональном сечении ( $x = y$ ) периодической структуры для разных радиусов пучка: 1 –  $r/a=0,2$ ; 2 –  $r/a=0,4$ ; 3 –  $r/a=0,6$ ; 4 –  $r/a=0,8$ ; 5 –  $r/a=1,0$ .

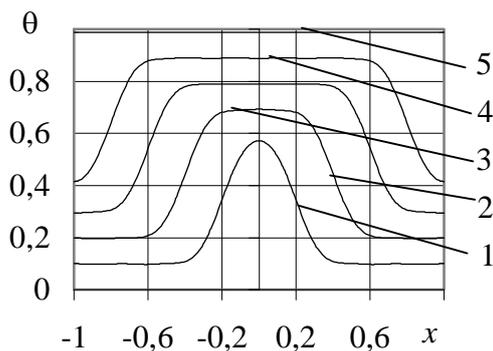
Заметим, что все результаты представлены в безразмерном виде для величин:  $\theta = T/T^*$ ,  $x = x/a$ ,  $y = y/a$ ,  $z = z/a$ ,  $T^* = \alpha a^2 J_0 / \chi$ . Кроме того, будем считать, что  $\alpha = 0,15/a$ . При суммировании двойных рядов учитывалось 64 члена, а в одинарных – 10 членов, чем обеспечивалась их удовлетворительная сходимость.



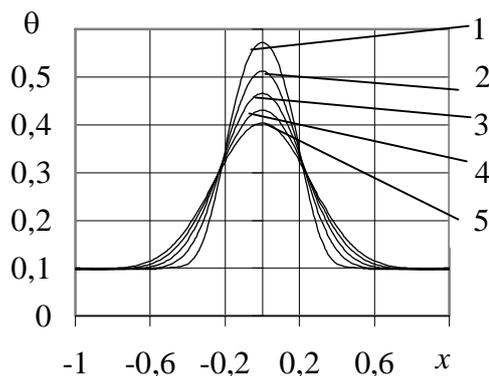
**Рис. 8.** Распределение безразмерной температуры на поверхности тела в среднем сечении периодической структуры при радиусе пучка  $r/a=0,20$ ; для различных моментов времени: 1 –  $t=0,005$ ; 2 –  $t=0,010$ ; 3 –  $t=0,015$ ; 4 –  $t=0,020$ ; 5 –  $t=0,025$ .



**Рис. 9.** Распределение безразмерной температуры на поверхности тела в диагональном сечении ( $x=y$ ) периодической структуры при радиусе пучка  $r/a=0,20$ ; для различных моментов времени: 1 –  $t=0,005$ ; 2 –  $t=0,010$ ; 3 –  $t=0,015$ ; 4 –  $t=0,020$ ; 5 –  $t=0,025$ .



**Рис. 10.** Распределение безразмерной температуры на поверхности тела в одномерной периодической структуре при  $t=0,005$  для некоторых значений ширины пучка: 1 –  $r/a=0,2$ ; 2 –  $r/a=0,4$ ; 3 –  $r/a=0,6$ ; 4 –  $r/a=0,8$ ; 5 –  $r/a=1,0$ .



**Рис. 11.** Распределение безразмерной температуры на поверхности тела в одномерной периодической структуре при ширине пучка  $r/a=0,20$  для различных моментов времени: 1 –  $t=0,005$ ; 2 –  $t=0,010$ ; 3 –  $t=0,015$ ; 4 –  $t=0,020$ ; 5 –  $t=0,025$ .

Приведенные графики (см. рис. 4 – 11) подтверждают высокую эффективность разработанной методики. При этом учет даже не очень большого количества членов при суммировании рядов, позволил получить достаточно хорошую точность расчета. Некоторая погрешность на краях периодов двумерной решетки обусловлена дефектом сходимости Гиббса в рядах Фурье и она может быть легко устранена при использовании цепных множителей Ланцоша.

Проведенные расчеты, кроме того, показали, что на поверхности твердого тела достаточно быстро устанавливается стационарное распределение температуры (прибли-

зительно за время, равное  $t = 0,25$ ). В частности, это состояние устанавливается практически за одно и то же время, как в двумерной, так и в одномерной структурах. Для мгновенного импульса этот процесс происходит дольше, но существенно зависит от соотношения  $r/a$ . Ширина максимальных значений поверхностной температуры в двумерной решетке меньше чем в одномерной. Это объясняется тем, что расстояние от угла прямоугольной ячейки до центра пучка больше чем до боковой стороны и это есть чисто формальная причина.

## Выводы

В результате наложения на поверхность твердого тела интерференционной картины, которая образуется в результате интерференции нескольких световых (лазерных пучков), на его поверхности образуются лазер-индуцированные периодические поверхностные структуры различной формы.

Разработанная методика расчета нагрева поверхности твердого тела при наложении на нее интерференционной картины позволяет производить численное моделирование влияния как размеров пучков, так и их структуры на процесс формирования лазер-индуцированных поверхностных структур. Проведенные расчеты показали, что на поверхности твердого тела достаточно быстро устанавливается стационарное распределение температуры (приблизительно за время, равное  $t = 0,25$ ). В частности, как в двумерной, так и в одномерной структурах это состояние устанавливается практически за одно и то же время. Для мгновенного импульса этот процесс длится дольше, но существенно зависит от соотношения  $r/a$ .

Для быстрого и равномерного нагрева поверхности твердого тела более эффективной оказывается одномерная интерференционная картина. Двумерная интерференционная картина более подходит для случаев быстрого локального нагрева поверхности.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке со стороны комплексной программы фундаментальных исследований НАН Украины “Наноструктурные системы, наноматериалы и нанотехнологии” (договор № 37-07/Н на выполнение работ по теме “Моделирование процессов взаимодействия электромагнитного излучения с регулярными, стохастическими и фрактальными поверхностными наноструктурами”).

## Литература

1. Birnbaum M.J. Semiconductor surface damage produced by ruby lasers // *Appl. Phys.* – 1965. – V. 36. – № 11. – P. 3688 – 3691.
2. Коротеев Н.И., Шумай И.Л. Нелинейно-оптическая диагностика состояния и быстрых лазер-индуцированных фазовых превращений поверхности полупроводников // *Физические основы лазерной и пучковой технологии.* – Т. 1. – М.: ВИНТИБ, 1988. – С. 49.
3. Емельянов В.И., Семиногов В.Н. Лазер-индуцированные неустойчивости рельефа поверхности и изменение отражательной и поглощательной способностей конденсированных сред // *Физические основы лазерной и пучковой технологии.* – Т. 1. – М.: ВИНТИБ, 1988. – С. 118.
4. Lasagni A., Holzapfel C., Muklich F. Periodic Pattern Formation of Intermetallic Phases with Long Range Order by Laser Interference Metallurgy // *Adv. Eng. Matter.* – 2005. – V. 7, № 6. – P. 487 – 491.
5. Interference pattern from an array of coherent laser beams / Y. Lu, J. Barhen, Y. Braiman, J.X. Zhong // *J. Vac. Sci. Technol.* – 2002. – V. B20(6). – P. 2602 – 2605.
6. Muklich F., Lasagni F., Daniel C. Laser interference metallurgy – periodic surface patterning and formation of intermetallics // *Intermetallics.* – 2005. – V. 13. – P. 437 – 442.

7. Daniel C., Muklich F., Liu Z. Periodical micro-nano-structuring of metallic surfaces by interfering laser beams // *Appl. Surf. Sci.* – 2003. – V. 208 – 209. – P. 317 – 321.
8. Yu F., Li P., Muklich F. Laser interference lithography as a new and efficient technique for micropatterning of biopolymer surface // *Biomaterials.* – 2005. – V. 26. – P. 2307 – 2312.
9. Veith M., Daniel C., Muklich F. Periodical micro-structuring of hydride containing metastable aluminum oxide using laser interference metallurgy // *Adv. Eng. Mat.* – 2005. – V. 7, № 1-2. – P. 27 – 29.
10. Liu K.W., Gachot C., Muklich F. Combinatorial experiment in Ni-Ti thin films by laser interference structuring // *Appl. Surf. Sci.* – 2005. – V. 247 – P. 550 – 555.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. – 300 с.
12. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964. – 220 с.
13. Sureson C., Anderson-Engels. A mathematical model for predicting the temperature distribution in laser-induced hyperthermia. Experimental evaluation and applications // *Phys. Med. Biol.* – 1995. – V. 40 – P. 2037 – 2052.
14. Burgess D., Stair P.C., Weitz E. Calculations of the surface temperature rise and deposition temperature in laser-induced thermal deposition // *J. Vac. Sci. Technol.* – 1986. – V. A4(3). – P. 1352 – 1366.
15. Armon E., Zving Y., Soldan. A. Metal drilling with CO<sub>2</sub> laser beam. 1. Theory // *J. Appl. Phys.* – 1989. – V. 65, № 12. – P. 4995 – 5002.
16. Yibas B.S., Sami M., Shuja S.Z. Laser-induced thermal stresses on steel surface // *Opt. and Lasers in Engineering.* – 1998. – V. 30. – P. 25 – 37.
17. El-Adawi M.K., Shalaby S.A., Elshehawey E.F. Laser heating and melting of thin films with time-dependent absorptance. II. An exact solution for time intervals greater than the transit time // *J. Appl. Phys.* – 1989. – V. 65, № 10. – P. 3781 – 3785.
18. Conde J.C., Lusquinos F., Gonzales P. Temperature distribution on a material heated by laser radiation: modeling and application // *Vacuum.* – 2002. – V. 64. – P. 259 – 366.
19. Oane M., Apostol D. Mathematical modeling of two-photon thermal fields in laser-solid interaction // *Optics & Laser Technology.* – 2004. – V. 36. – P. 219 – 222.
20. Hasan A.F., El-Nicklawy M.M., El-Adawi M.K. Heating effects induced by pulsed laser in semi-infinite target in view of the theory of linear systems // *Optics & Laser Technology.* – 1996. – V. 28, № 5. – P. 337 – 343.
21. Shen Z.H., Zhang S.Y., Lu L. Mathematical modeling of laser induced heating and melting in solids // *Optics & Laser Technology.* – 2001. – V. 33. – P. 533 – 537.
22. Rantala T., Levoska J. A numerical simulation method for the laser-induced temperature distribution // *J. Appl. Phys.* – 1989. – V. 65, № 12. – P. 4475 – 4479.
23. Yibas B.S., Faisal M., Shuija S.Z. Laser pulse heating of steel surface and flexural wave analysis // *Opt. and Laser Eng.* – 2002. – V. 37. – P. 62 – 83.
24. El-Adawi M.K., Shalaby S.S. Laser heating of two-layer system with temperature dependent front surface absorptance // *Vacuum.* – 1995. – V. 46, № 1. – P. 37 – 42.
25. El-Adawi M.K., Abdel M.A., Shalaby S.A. Laser heating of a two-layer system with constant surface absorption: an exact solution // *Int. Jor. Heat Mass Transf.* – 1995. – V. 38, № 5. – P. 947 – 952.
26. El-Adawi M.K., Shalaby S.A.. Laser heating and melting of thin films with time-dependent absorptance: An exact solution for time intervals less than or equal to the transit time // *J. Appl. Phys.* – 1988. – V. 53, № 7. – P. 2212 – 2216.
27. El-Adawi M.K., Shalaby S.A. Laser melting of solids – An exact solution for time intervals greater than the transit time // *J. Appl. Phys.* – 1986. – V. 60, № 7. – P. 2265 – 2216.
28. El-Adawi M.K., Elshehawey E.L. Heating a slab induced by a time-dependent laser irradiance – An exact solution // *J. Appl. Phys.* – 1986. – V. 60. – P. 2250 – 2255.